

Operaciona istraživanja, kolokvijum 1A

Dat je problem linearnog programiranja:

$$\begin{aligned} \zeta &= 2x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \max \\ x_1 + 4x_2 &\leq 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 &\leq 5 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

1. Rešiti dati problem linearnog programiranja. Napisati optimalni rečnik.

$$\begin{aligned} \zeta &= 2x_1 + x_2 + 2x_3 && \rightarrow \max \\ x_1 + 4x_2 &+ w_1 && = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 &+ w_2 && = 5 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad w_1 \geq 0, \quad w_2 \geq 0 \end{aligned}$$

0	x_1	x_2	x_3	w_1	w_2	
w_1	1	4	0	1	0	6
w_2	3	-1	3	0	1	5
	-2	-1	-2	0	0	0

2	x_1	x_2	x_3	w_1	w_2	
x_2	0	1	-3/13	3/13	-1/13	1
x_1	1	0	12/13	1/13	4/13	2
	0	0	-5/13	5/13	7/13	5

1	x_1	x_2	x_3	w_1	w_2	
w_1	0	13/3	-1	1	-1/3	13/3
x_1	1	-1/3	1	0	1/3	5/3
	0	-5/3	0	0	2/3	10/3

3	x_1	x_2	x_3	w_1	w_2	
x_2	1/4	1	0	1/4	0	3/2
x_3	13/12	0	1	1/12	1/3	13/6
	5/12	0	0	5/12	2/3	35/6

$$x = [0; 3/2; 13/6] \quad \zeta = 35/6$$

$$\begin{aligned} \zeta &= 35/6 - 5/12x_1 - 5/12w_1 - 2/3w_2 \\ x_2 &= 3/2 - 1/4x_1 - 1/4w_1 \\ x_3 &= 13/6 - 13/12x_1 - 1/12w_1 - 1/3w_2 \end{aligned}$$

2. Postaviti i rešiti dual datog problema linearnog programiranja.

$$\begin{aligned} \xi &= 6 y_1 + 5 y_2 \rightarrow \min \\ y_1 + 3 y_2 &\geq 2 \\ 4 y_1 - y_2 &\geq 1 \\ 3 y_2 &\geq 2 \\ y_1 \geq 0, \quad y_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$y = [5/12; 2/3], \quad \xi = 35/6$$

3. Javno preduzeće za eksploataciju uglja ima tri rudnika u kojima eksploatiše nisko kalorični i visoko kalorični ugalj. U tabeli su dati podaci o dnevnoj proizvodnji u pojedinom rudniku i ceni radnog dana rudnika.

rudnik	nisko kal. [1000t/dan]	visoko kal. [1000t/dan]	cena radnog dana [1000€/dan]
I	4	4	16
II	6	4	20
III	1	6	12

Javno preduzeće je u obavezi da isporuči barem 52.000t nisko kaloričnog i barem 62.000t visoko kaloričnog uglja. Isporučka se može izvesti sa najviše 7 dana rada u svakom rudniku.

U I i III rudniku zajedno se može raditi najviše 10 dana.

Postaviti problem linearnog programiranja kojim se određuje koliko dana treba da se uposli koji rudnik da bi se ispunile obaveze uz minimalnu cenu?

Uvešćemo veličine:

x_1 = broj dana angažovanja rudnika I

x_2 = broj dana angažovanja rudnika II

x_3 = broj dana angažovanja rudnika III

ζ = cena angažovanja (svih) rudnika

$$\begin{aligned} \zeta &= 16 x_1 + 20 x_2 + 12 x_3 \rightarrow \min \\ 4 x_1 + 6 x_2 + x_3 &\geq 52 \\ 4 x_1 + 4 x_2 + 6 x_3 &\geq 62 \\ x_1 &\leq 7 \\ x_2 &\leq 7 \\ x_3 &\leq 7 \\ x_1 + x_3 &\leq 10 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$