

# Operaciona istraživanja, zadaci za seminarski

Treba doneti urađen jedan zadatak iz prve i jedan iz druge grupe,  
dobiće se još jedan zadatak iz druge grupe

Uraditi u lp\_solve, odbrana na predavanjima 9. VI 2017.

## 1 Prva grupa

Rešiti problem linearnog programiranja

### 1.1

$$\begin{aligned} \zeta &= x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ -x_1 &\leq -1 \\ x_1 - x_2 &\geq 0 \\ x_2 &\leq 2 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

### 1.2

$$\begin{aligned} \zeta &= x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ 2x_1 - x_2 &\geq 1 \\ x_1 - x_2 &\geq -1 \\ x_1 + x_2 &\leq 7 \\ x_1 &\leq 5 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

### 1.3

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\ 2x_1 - x_2 &\leq -2 \\ -2x_1 + x_2 &\leq -1 \\ x_1 + x_2 &\leq 7 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

### 1.4

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 &\rightarrow \max \\ -x_1 + 2x_2 &\leq 4 \\ 2x_1 - x_2 &\geq -1 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

### 1.5

$$\begin{aligned} \zeta &= 3x_1 + 4x_2 - x_3 \rightarrow \max \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 &\geq 4 \\ 3x_1 + 5x_2 &\leq 15 \\ x_1 + x_2 - x_3 &\leq 6 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

## 2 Druga grupa

### 2.1

Prodavnica zdrave hrane pravi smesu tri vrste mizli:

	pšen. pah.	zob. pah.	lešnik	cena [din/kg]
A	30%	40%	5%	20
B	40%	30%	10%	30
C	25%	50%	10%	40

Treba napraviti 1 kg smese koji sadrži barem 30% pšeničnih pahuljica, barem 35% zobenih pahuljica i barem 9% lešnika a da cena bude minimalna.

### 2.2

Švercer gorivom ima na raspolaganju tri benzina sa specifikacijama:

	oktani	DEM/l	zalihe [l]
HU	98	1.2	100
HR	96	1.1	100
RO	93	1.0	100

Švercer prodaje *super* od barem 97 oktana po ceni 1.3 DEM/l i *normal* od barem 95 oktana po ceni 1.2 DEM/l. Koliko koje sirovine treba da stavi u koji 'proizvod', pa da ostvari maksimalnu zaradu?

### 2.3

Na raspolaganju su nam tri vrste mizli sa specifikacijama:

	le.	s.g.	z.p.	din/100g
A	20%	10%	50%	20
B	10%	20%	40%	15
C	20%	30%	40%	25

Treba napraviti 1 kg smese mizli, mešajući postojeće (A, B i C), tako da smesa sadrži barem 150 g lešnika, barem 150 g suvog grožđa i barem 500 g zobenih pahuljica i da cena bude minimalna.

## 2.4

Na raspolaganju su nam dve vrste mizli. Specifikacije sadržaja zobnih pahuljica, pšeničnih pahuljica, lešnika i suvog grožđa i cene su dati u tabeli.

vrsta	zob. pah.	pše. pah.	lešnik	suvo gr.	cena [din/kg]
A	20%	30%	10%	15%	30
B	30%	20%	20%	10%	50

Treba sastaviti obrok koji će sadržati barem 250g zobnih pahuljica, barem 250g pšeničnih pahuljica, najviše 150g lešnika i najviše 150g suvog grožđa, a da mu cena bude minimalna. Naći optimalne količine  $x_1^*$  i  $x_2^*$  u kilogramima mizli A i B u obroku i minimalnu cenu obroka  $z^*$  u dinarima. Kolika je masa tog obroka?

## 2.5

Poljoprivredno gazdinstvo želi da zaseje pšenicu, kukuruz i ječam na maksimalno 30 ha obrađene površine. Površina pod pšenicom i ječmom ne sme biti manja od 10 ha. Kulture se đubre sa: 8 mc/ha za pšenicu, 5 mc/ha za kukuruz i 3 mc/ha za ječam, a na raspolaganju je 200 mc đubriva. Gazdinstvo raspolaže i sa 80 l pesticida, od kojih treba: 3 l/ha za pšenicu, 5 l/ha za kukuruz i 2 l/ha za ječam.

Očekivani prihodi su: 6 novčanih jedinica (nj) po hektaru za pšenicu, 4 nj/ha za kukuruz i 3 nj/ha za ječam.

Koliko koje kulture treba zasejati pa da se dobije maksimum očekivanih prihoda i koliko iznosi?

## 2.6

Prodavnica kućnih ljubimaca je odredila da je za dnevnu ishranu jednog hrčka potrebno 70 jedinica belančevina, 100 jedinica ugljenih hidrata i 20 jedinica masnoće na dan. U skladištu se nalaze četiri vrste semena sa specifikacijama (broj jedinica po kilogramu i cena po kilogramu):

seme	belanč.	uglj. hidr.	masnoće	cena
A	20	50	4	2
B	30	30	9	3
C	40	20	11	5
D	40	25	10	6

Koliko kojeg semena treba staviti u dnevnu ishranu da bi cena smese bila što manja?

## 2.7

Snabdevač studentskog restorana treba da isporuči 1000 litara egzotika. Egzotik se spravlja mešanjem četiri vrste napitaka čije cene i karakteristike su date u tabeli.

	A	B	C	D
Orange juice [%]	90	80	0	0
Grapefruit juice [%]	0	10	100	0
cena [din/l]	40	35	60	5

Koliko kojeg napitka treba snabdevač da smeša u isporuku egzotika da bi cena bila minimalna a da u egzotiku bude barem 40% đusa od narandže i barem 40% đusa od grejpfruta?

## 2.8

Poljoprivredno gazdinstvo ima na raspolaganju maksimalno 12 ha obrađene površine. Na njoj treba da poseju pšenicu i ječam. Pšenice sme maksimalno da bude posejano 9 ha. Očekivana zarada od 1 ha zasejane površine pšenice je 3 novčane jedinice (n.j.), a za ječam je 2 n.j.

Za 1 ha pod pšenicom troši se 200 kg đubriva, a za 1 ha pod ječmom 300 kg. Na raspolaganju je maksimalno 3 t đubriva.

Koliko koje kulture treba zasejati pa da očekivana zarada bude maksimalna?

## 2.9

Stolarska radionica pravi stolice, stolove i police. Za svaki proizvod je potrebno uraditi sečenje, sklapanje i bojenje.

Vreme potrebno za pojedinu operaciju u satima je dato u tabeli:

	sečenje	sklapanje	farbanje
stolica	1	1	1
sto	1	2	1
polica	3	1	1

U idućoj nedelji radionica ima na raspolaganju 600 sati za sečenje, 500 za sklapanje i 300 za farbanje.

Broj proizvedenih stolica mora biti barem dva puta veći od broja proizvedenih stolova.

Stolice se prodaju po ceni 20€, stolovi 30€, police 35€.

Koji plan proizvodnje za iduću nedelju daje maksimalnu zaradu?

## 2.10

U luci Bar se nalazi tovar banana, mase  $12t$  i zapremine  $270m^3$  i tovar narandži mase  $10t$  i zapremine  $200m^3$ .

Veletrgovačka firma je zakupila vagon sa dva tovarna dela: prednji, nosivosti  $15t$ , zapremine  $240m^3$  i zadnji, nosivosti  $10t$ , zapremine  $150m^3$ .

Zarada od prevoza  $1t$  banana je  $120€$ , a od  $1t$  narandži je  $150€$ .

Naći plan utovara vagona koji daje maksimalnu zaradu.

## 2.11

Javno preduzeće za eksploataciju uglja ima tri rudnika u kojima eksploatiše nisko kalorični i visoko kalorični ugalj. U tabeli su dati podaci o dnevnoj proizvodnji u pojedinom rudniku i ceni radnog dana rudnika.

rudnik	nisko kal. [1000t/dan]	visoko kal. [1000t/dan]	cena radnog dana [1000€/dan]
1	5	5	18
2	6	4	20
3	3	6	15

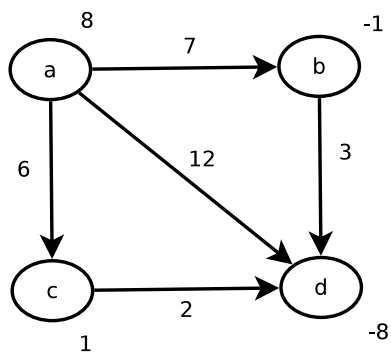
Javno preduzeće je u obavezi da isporuči  $51.000t$  nisko kaloričnog i  $54.000t$  visoko kaloričnog uglja. Isporučka se može izvesti sa najviše 12 dana rada u svim rudnicima zajedno i najviše 9 dana rada u prvom i drugom rudniku zajedno.

Koliko dana treba da se uposle rudnici da bi se ispunile obaveze uz minimalnu cenu?

U kojem opsegu može da se promeni cena radnog dana rudnika 1 tako da dobijeni plan proizvodnje ostane optimalan?

### 2.12

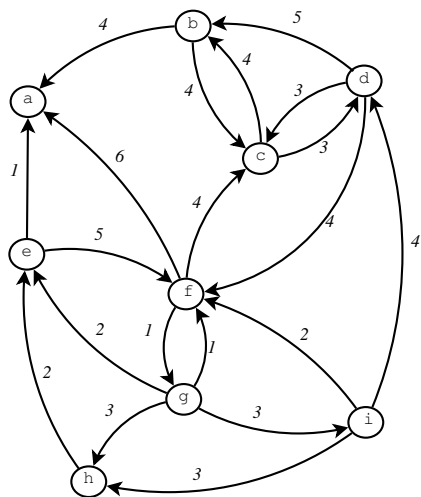
Rešiti problem minimizacije ukupne cene mrežnog protoka ako su zalihe(potrebe) napisane pored čvorova a cene transporta jedinice roba na granama grafa.



### 2.13

Data je mreža transporta sa čvorovima  $\mathcal{N} = \{a,b,c,d,e\}$  i granama  $\mathcal{A} = \{ad,ba,bc,be,cb,cd,dc,de\}$ . Zalihe su redom  $\{1,5,6,-4,-8\}$ , a cene transporta redom  $\{2,1,1,6,3,7,1,2\}$ . Naći najjeftiniji transport.

### 2.14



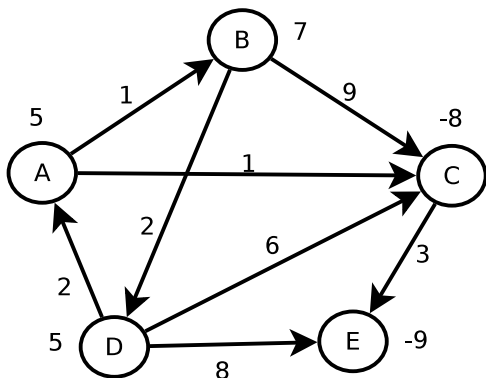
Data je skica mape sa vremenom potrebnim da se pređe put napisan na svakoj grani. Polazeći od pokrivajućeg drveta  $\{ba, cb, df, ef, fa, ge, he, if\}$  naći najbrži put od svih čvorova do čvora a.

Najbrži put do čvora a je

b	c	d	e	f	g	h	i

### 2.15

Rešiti problem minimizacije ukupne cene mrežnog protoka ako su zalihe (potrebe) napisane pored čvorova a cene transporta jedinice roba na granama grafa.



### 2.16

Rešiti transportni problem

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	zal.
$S_1$	2	12	4	5	7	16
$S_2$	12	8	2	14	10	17
$S_3$	6	4	8	3	5	18
potr.	10	12	9	11	13	

### 2.17

Cene prevoza, potrebe četiri prodavnice i zalihe u četiri skladišta date su u tabeli.

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	zal
$S_1$	4	5	6	3	7
$S_2$	5	4	6	6	8
$S_3$	7	8	9	6	10
$S_4$	10	12	15	8	15
pot	10	10	12	8	

Rešiti transportni problem.

## 2.18

Neka su u prethodnom zadatku ukinuti putni pravci  $S_3 \rightarrow P_3$ ,  $S_4 \rightarrow P_2$ ,  $S_4 \rightarrow P_3$ , a sve ostalo je isto.

Rešiti transportni problem.

## 2.19

Dva igrača biraju istovremeno jedan broj iz skupa  $\{1, 2, -2\}$ . Ako je proizvod pozitivan: prvi igrač dobija od drugog igrača dinara koliko iznosi proizvod izabranih brojeva. Ako je proizvod negativan: prvi igrač daje drugom apsolutnu vrednost proizvoda izabranih brojeva.

Naći optimalne strategije prvog i drugog igrača i vrednost igre.

## 2.20

Cene prevoza, potrebe četiri prodavnice i zalihe u četiri skladišta date su u tabeli. Naći optimalni plan transporta.

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	zal
$S_1$	4	5	6	3	7
$S_2$	5	4	6	6	8
$S_3$	7	8	9	6	10
$S_4$	10	12	15	8	15
pot	10	10	12	8	

## 2.21

Trener plivačke reprezentacije ima za štafetu 4X100m na raspolaganju četiri plivača čija su vremena na 100m po stilovima: slobodno, leđno, prsno, baterflaj:

	$S$	$L$	$P$	$B$
$A$	57	61	64	62
$B$	55	63	65	64
$C$	59	64	66	63
$D$	56	62	67	64

Kako da sastavi najbolju štafetu?