

## Operaciona istraživanja - deo 1

4. XII 2011. godine

Prodavnica kućnih ljubimaca je odredila da je za dnevnu ishranu jednog hrčka potrebno 70 jedinica belančevina, 100 jedinica ugljenih hidrata i 20 jedinica masnoće na dan. U skladištu se nalaze tri vrste semena sa specifikacijama (broj jedinica po kilogramu i cena po jedinici mase):

seme	belanč.	uglj. hidr.	masnoće	cena
A	20	50	4	2
B	30	30	9	3
C	40	20	11	5

Treba napraviti smesu za dnevnu ishranu a da u smesi bude najviše 1.5 jedinica mase semena B.

Koliko kojeg semena treba staviti u dnevnu ishranu da bi cena smese bila što manja?

$$\begin{aligned} \zeta &= 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \rightarrow \min \\ x_2 &\leq 1.5 \\ 20x_1 + 30x_2 + 40x_3 &\geq 70 \\ 50x_1 + 30x_2 + 20x_3 &\geq 100 \\ 4x_1 + 9x_2 + 11x_3 &\geq 20 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0. \end{aligned}$$

Prelazimo na dual:

$$\begin{aligned} \xi &= -1.5y_1 + 70y_2 + 100y_3 + 20y_4 \rightarrow \max \\ 20y_2 + 50y_3 + 4y_4 &\leq 2 \\ -y_1 + 30y_2 + 30y_3 + 9y_4 &\leq 3 \\ 40y_2 + 20y_3 + 11y_4 &\leq 5 \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0, y_4 &\geq 0. \end{aligned}$$

0	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	
$z_1$	0	20	40	4	1	0	0	2
$z_2$	-1	30	30	9	0	1	0	3
$z_3$	0	40	20	11	0	0	1	5
	$3/2$	-70	-100	-20	0	0	0	0
1	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	
$y_3$	0	1/2	1	1/10	1/40	0	0	1/20
$z_2$	-1	15	0	6	-3/4	1	0	3/2
$z_3$	0	30	0	9	-1/2	0	1	4
	$3/2$	-20	0	-10	5/2	0	0	5
2	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	
$y_2$	0	1	2	1/5	1/20	0	0	1/10
$z_2$	-1	0	-30	3	-3/2	1	0	0
$z_3$	0	0	-60	3	-2	0	1	1
	$3/2$	0	40	-6	7/2	0	0	7

3	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	
$y_2$	$1/15$	1	4	0	$3/20$	$-1/15$	0	$1/10$
$y_4$	$-1/3$	0	-10	1	$-1/2$	$1/3$	0	0
$z_3$	1	0	-30	0	$-1/2$	-1	1	1
	$-1/2$	0	-20	0	$1/2$	2	0	7

4	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	
$y_3$	$1/60$	$1/4$	1	0	$3/80$	$-1/60$	0	$1/40$
$y_4$	$-1/6$	$5/2$	0	1	$-1/8$	$1/6$	0	$1/4$
$z_3$	$3/2$	$15/2$	0	0	$5/8$	$-3/2$	1	$7/4$
	$-1/6$	5	0	0	$5/4$	$5/3$	0	$15/2$

5	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	
$y_3$	0	$1/6$	1	0	$4/131$	0	$-1/90$	$1/180$
$y_4$	0	$10/3$	0	1	$-1/18$	0	$1/9$	$4/9$
$y_1$	1	5	0	0	$5/12$	-1	$2/3$	$7/6$
	0	$35/6$	0	0	$95/72$	$3/2$	$1/9$	$277/36$

$$x = [95/72; 3/2; 1/9] = [1.31944; 1.5; 0.1111], \zeta = 7.694$$

# Operaciona istraživanja - deo 2

4. XII 2011. godine

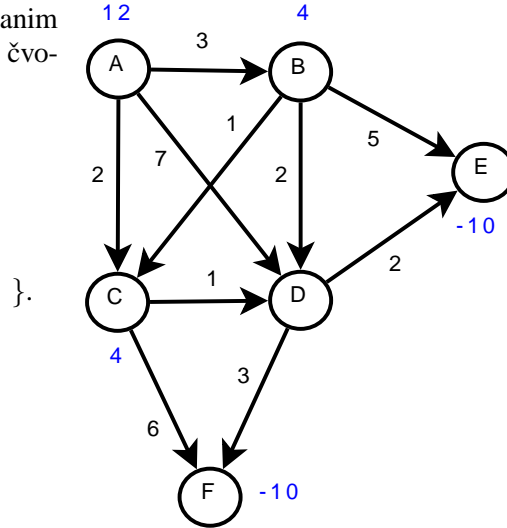
Data je mreža transporta sa cenama transporta napisanim na granama, potrebama i zalihama napisanim pored čvorova.

Odrediti skup čvorova

$\mathcal{N} = \{$  \_\_\_\_\_  $\}$

i skup grana

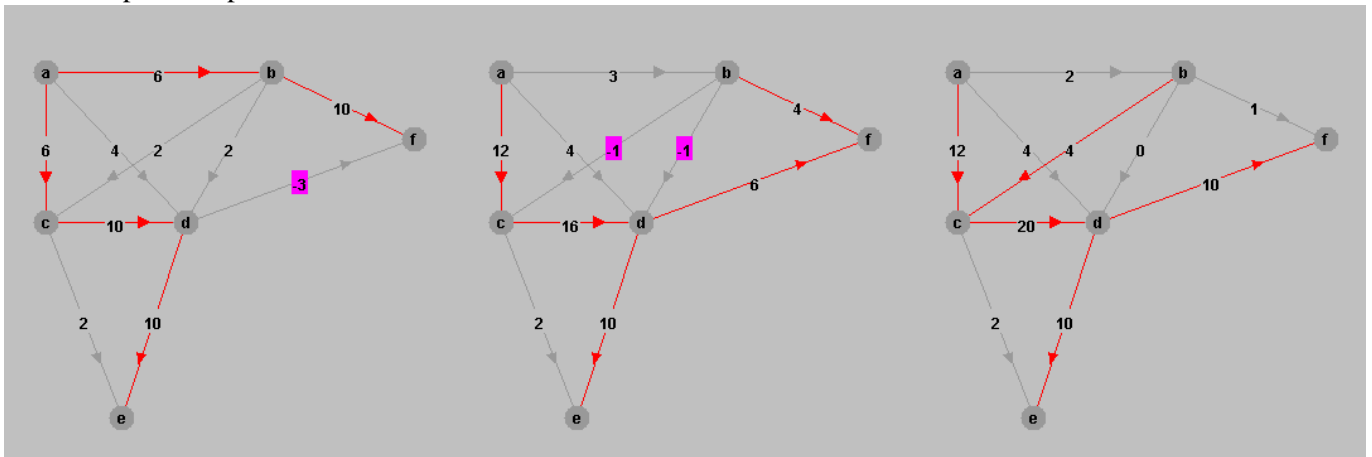
$\mathcal{A} = \{$  \_\_\_\_\_  $\}$ .



Ako problem minimizacije cene transporta glasi  $c^T x \rightarrow \min, Ax = -b, x \geq 0$ , odrediti matrice  $A, b$  i  $c$ .

$A =$  \_\_\_\_\_  $b =$  \_\_\_\_\_  
 $c =$  \_\_\_\_\_

Odrediti optimalni protok.



$\zeta = 98$

## Operaciona istraživanja - deo 3

4. XII 2011. godine

U službi 988 ima pet ulaznih linija. U trećoj smeni rade dva operatera koji koriste ulazne linije. Treća smena traje od 22 do 06 časova, u njoj bude prosečno 2000 poziva koji stižu po Poasonovoj raspodeli. Klijenti ne odustaju ako im se operater ne javi odmah. Ako su sve linije zauzete, klijenti dobijaju signal za zauzeto. Vreme opsluživanja jednog poziva ima eksponencijalnu raspodelu sa očekivanjem 90 sekundi, nezavisno od klijenta do klijenta.

- a) Napisati sistem diferencijalnih jednačina koji opisuje dati sistem masovnog opsluživanja.
- b) Naći matricu prelaza  $\Lambda$ , parametre  $\mu$  i  $\lambda$ .
- c) Izračunati ergodične verovatnoće.
- d) Koliki je očekivani broj klijenata u sistemu?
- e) Koliki je očekivani broj zauzetih linija?
- f) Koliko prosečno vremena provede klijent čekajući da se operater javi?
- g) Koliko prosečno klijenata u trećoj smeni dobija signal za zauzeto?