

Prezime i ime: _____

Indeks: _____

FIMEK, Saobraćajno inženjerstvo, Verovatnoća i statistika, Deo 1

1. Na deonici pravog puta su postavljena dva semafora. Vozila stižu u slučajnim momentima. Prvi semafor zaustavlja 25% vozila. Drugi semafor zaustavlja 20% vozila koja su stala na prvom semaforu i 30% vozila koja nisu stala na prvom semaforu.

Kolika je verovatnoća da će vozilo proći deonicu sa tačno jednim zaustavljanjem?

$P =$

2. Baca se dve kockice za igru. Slučajna promenljiva X predstavlja zbir palih brojeva. Naći zakon raspodele i očekivanje slučajne promenljive X .

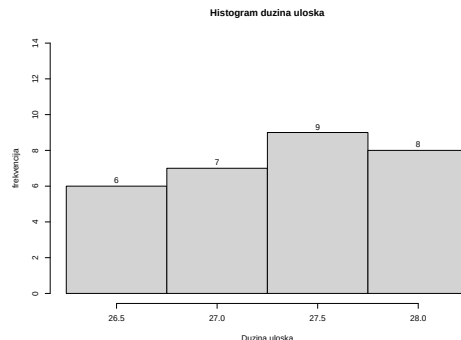
$X : \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right), E(X) =$

Prezime i ime: _____

Indeks: _____

FIMEK, Saobraćajno inženjerstvo, Verovatnoća i statistika, Deo 2

1. Od izlaska nove serije trkačkih patika prodato je 30 pari sa dužinom uloška predstavljenoj na histogramu desno.



- (a) Rekonstruisati tabelu uzorka i izračunati aritmetičku sredinu. (bodova: 5)

x_i				
f_i				

$$\bar{x}_n =$$

- (b) Izračunati srednje kvadratno odstupanje dužine uloška. (bodova: 5)

$$\bar{s}_n^2 =$$

- (c) Naći 95% interval poverenja srednje vrednosti dužine uloška. (bodova: 10)

$$n = \text{____}, t_{1-\alpha} = \text{____}, \dots$$

Slučajno je odabrano 24 srednjoškolca istog uzrasta, visine i mase. Mereno je koliko (u sekundama) mogu da izdrže u planku, a odmah potom je izvršeno još jedno nenajavljeno merenje.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
I	72	78	73	82	72	79	72	70	68	62	73	75	79	72	72	74	75	72	73	74	78	67	63	71
II	68	69	65	75	67	73	68	60	58	54	69	68	73	67	68	62	68	67	69	70	63	60	55	60

2. Testirati hipotezu da kandidati ostvaruju isto vreme na uzastopnim merenjima.

- (a) Napisati naziv testa koji se koristi. (bodova: 5)

- (b) Napisati nultu i alternativnu hipotezu. (bodova: 5)

- (c) Izračunati vrednost statistike i napisati zaključak. (bodova: 10)

Važne statistike

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k, \quad \bar{S}_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X}_n)^2, \quad \bar{S}_n^{2'} = \frac{n}{n-1} \bar{S}_n^2, \quad \bar{S}_n = \sqrt{\bar{S}_n^2}, \quad \bar{S}_n' = \sqrt{\bar{S}_n^{2'}}$$

Srednja vrednost: $H_0(\mu = \mu_0)$ protiv $H_1(\mu \neq \mu_0)$ za $X : \mathcal{N}(\mu, \sigma)$

$$T := \frac{|\bar{X}_n - \mu_0|}{\bar{S}_n'} \sqrt{n} > t_{1-\alpha/2} \Leftrightarrow \alpha^* := P_{H_0}(|T| > \frac{|\bar{X}_n - \mu_0|}{\bar{S}_n'} \sqrt{n}) < \alpha, T : t_{n-1}$$

T-test: $H_0(\mu_1 = \mu_2)$ protiv $H_1(\mu_1 \neq \mu_2)$ za $X_1 : \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1), X_2 : \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2)$

$$T := \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\bar{S}_1^{2'}}{n_1} + \frac{\bar{S}_2^{2'}}{n_2}}} : t_v, v = n_1 + n_2 - 2 \text{ ili } v = \left(\frac{\bar{S}_1^{2'}}{n_1} + \frac{\bar{S}_2^{2'}}{n_2} \right)^2 \bigg/ \left(\frac{1}{n_1-1} \left(\frac{\bar{S}_1^{2'}}{n_1} \right)^2 + \frac{1}{n_2-1} \left(\frac{\bar{S}_2^{2'}}{n_2} \right)^2 \right).$$

T-test parova: $H_0(\mu_1 = \mu_2)$ protiv $H_1(\mu_1 \neq \mu_2)$

$z_i = x_i - y_i, i = 1, 2, \dots, n$. Za uzorak z testiramo $H_0(\mu = 0)$ protiv $H_1(\mu \neq 0)$

Linearna regresija $\hat{y}_i = a + bx_i$ za $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

$$s_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)(y_i - \bar{y}_n), \quad ss_x = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2, \quad ss_y = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_n)^2, \\ r = \frac{s_{xy}}{\sqrt{ss_x ss_y}}, \quad b = \frac{s_{xy}}{ss_x}, \quad a = \bar{y}_n - b\bar{x}_n.$$

Studentove i Gausove tablice t i z vrednosti

Za $X : t_n$ raspodelu $P = P(X \leq t)$, za $n \rightarrow \infty, t_n \rightarrow \mathcal{N}, t \rightarrow z$

$\begin{matrix} P \\ n \end{matrix}$	.75	.90	.95	.975	.990	.995	.9995
...							
22	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
...							
29	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
...							
z	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

Prezime i ime: _____ Indeks: _____

FIMEK, Saobraćajno inženjerstvo, Verovatnoća i statistika, Test

1. Napisati formulu za računanje srednje kvadratnog odstupanja uzorka $x_1, x_2, \dots, x_n$, ako je $\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ (bodova 2).
2. Napisati još jednu formulu za računanje srednje kvadratnog odstupanja uzorka $x_1, x_2, \dots, x_n$, ako je $\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ i $\bar{D}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$ (bodova 2).
3. Ako je u inferencijalnoj statistici verovatnoća greške prve vrste manja od praga značajnosti, Nulta hipoteza se _____ (bodova 2)?
4. Koji test se koristi za testiranje uspešnosti leka za snižavanje šećera u krvi u dve grupe: jedna je uzimala lek, druga placebo (bodova 2)?
5. Koji test se koristi za testiranje da li su punoletni muškarci u proseku iste visine za 30 slučajno odabranih muškaraca iz Srbije, 30 iz Hrvatske i 30 iz Crne Gore ako su varijanse uzoraka jednake (bodova 2)?