FIMEK 24. X 2023. godine

Saobraćajno inženjerstvo

Verovatnoća i statistika, kolokvijum 1 (probni)

1. Na deonici pravog puta su postavljena dva semafora. Vozila stižu u slučajnim momentima. Prvi semafor propušta 80% vozila. Drugi semafor propušta 75% vozila koja nisu stala na prvom semaforu i 60% vozila koja su stala na prvom semaforu.

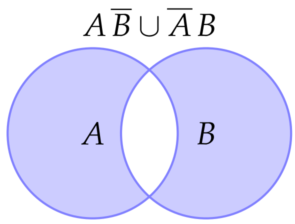
   Kolika je verovatnoća da će vozilo proći deonicu sa tačno jednim zaustavljanjem?

2. U kutiji se nalazi 10 kuglica sa brojem 0, 11 kuglica sa brojem 1 i 12 kuglica sa brojem 2. Na slučajan način se izvlači dve kuglice. Slučajna promenljiva X predstavlja zbir izvučenih brojeva.

   Naći zakon raspodele i očekivanje slučajne promenljive X.

Rešenja:

1. Označimo događaje:



$A =$ vozilo je prošlo prvi semafor bez zaustavljanja
$\overline{A} =$ vozilo se zaustavilo na prvom semaforu.
$B =$ vozilo je prošlo drugi semafor bez zaustavljanja
$\overline{B} =$ vozilo se zaustavilo na drugom semaforu.

U zadatku su date verovatnoće: $P(A) = 0.80$, $P(B|A) = 0.75$, $P(B|\overline{A}) = 0.60$.

Računamo preko komplementarnog događaja verovatnoće:
$P(\overline{A}) = 1 - 0.80 = 0.20$, $P(\overline{B}|A) = 1 - 0.75 = 0.25$.

Verovatnoća da će biti tačno jedno zaustavljanje je (vidi sliku):

$$P(A\overline{B} \cup \overline{A}B) = P(A\overline{B}) + P(\overline{A}B) = P(A)\,P(\overline{B}|A) + P(\overline{A})\,P(B|\overline{A}) =$$
$$= 0.80 \cdot 0.25 + 0.20 \cdot 0.60 = 0.20 + 0.12 = \underline{0.32}.$$

2. Zakon raspodele je:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{10\cdot9}{33\cdot32} & 2\cdot\frac{10\cdot11}{33\cdot32} & \frac{11\cdot10}{33\cdot32} + 2\cdot\frac{10\cdot12}{33\cdot32} & 2\cdot\frac{11\cdot12}{33\cdot32} & \frac{12\cdot11}{33\cdot32} \end{pmatrix}.$$

$$E(X) = 0\cdot\frac{10\cdot9}{33\cdot32} + 1\cdot2\cdot\frac{10\cdot11}{33\cdot32} + 2\cdot\left(\frac{11\cdot10}{33\cdot32} + 2\cdot\frac{10\cdot12}{33\cdot32}\right) + 3\cdot2\cdot\frac{11\cdot12}{33\cdot32} + 4\cdot\frac{12\cdot11}{33\cdot32} = \underline{2.121212}.$$