

Diskretne i kombinatorne metode za računarsku grafiku, Kolokvijum 1

Dat je polinom $p = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ vrednostima koeficijenata u nizu A numerisanom od 1 do $n+1$. ($A[1] = a_0, A[2] = a_1, \dots, A[n+1] = a_n$) Kvadrat polinoma p se računa po formuli

$$p^2 = \sum_{i=0}^{2n} b_i x^i, \text{ gde je } b_i = \sum_{j=\max(0, i-n)}^{\min(i, n)} a_j a_{i-j}.$$

Na pr. $(a_0 + a_1x + a_2x^2)^2 = a_0 a_0 + (a_0 a_1 + a_1 a_0) x + (a_0 a_2 + a_1 a_1 + a_2 a_0) x^2 + (a_1 a_2 + a_2 a_1) x^3 + a_2 a_2 x^4$.

1. Napisati pseudokod procedure koja računa koeficijente polinoma $p^2 = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \cdots + b_{2n}x^{2n}$ i smešta ih u niz B ($B[1] = b_0, B[2] = b_1, \dots, B[2n+1] = b_{2n}$).

procedure KVADRAT(A, B)

$n \leftarrow \text{length}(A)$

...

end procedure

2. Koristeći datu formulu:

- Koliko sabiranja i koliko množenja se vrši za računanje $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^2$?
- Koliko sabiranja i koliko množenja se vrši za računanje kvadrata polinoma stepena n ?

3. Fibonačijev niz čine redom brojevi $a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 2, a_4 = 3, \dots$

Svaki sledeći je zbir prethodna dva: $a_{k+2} = a_k + a_{k+1}, k = 0, 1, 2, \dots$

Napisati rekurzivni i iterativni algoritam (function) za računanje a_k .

function FIBONACCI(k)

...

return ...

end function

4. Dati definiciju "velikog Θ " ponašanja i pokazati da je $\frac{1}{4}n^2 + 40n - 10 = \Theta(n^2)$.

Neka je za niz dužine n $T_{WM}(n)$ najgori slučaj vremena sortiranja Merge sort algoritmom i $T_{WQ}(n)$ najgori slučaj vremena sortiranja Quick sort algoritmom. Da li je $T_{WM}(n) = o(T_{WQ})$?

Da li je $\frac{3}{4}n^2 + 3\sqrt{n}n^2 = \Theta(n^2)$?

Da li je $\frac{3}{4}n + 3n \ln n = \Omega(n)$?

Bodovi: 1→10, 2→10, 3→10, 4→10