Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
Animacija u inženjerstvu

12. VII 2014. godine

Diskretne i kombinatorne metode za računarsku grafiku

1. Napisati algoritam za sortiranje biranjem, takozvani SELECTION SORT.

   procedure SELECTION SORT(A)
   $n \leftarrow \text{length}(A)$
   for $i \leftarrow 1$ **to** n **do**
   $i_{\min} \leftarrow i$
   for $j \leftarrow i+1$ **to** n **do**
   if $A[j] < A[i_{\min}]$ **then**
   $i_{\min} \leftarrow j$
   end if
   end for
   exchange($A[i], A[i_{\min}]$)
   end for
   end procedure

2. Za algoritam SELECTION SORT iz zadatka 1, za niz dužine n, neka je $S(n)$ broj zamena. Za niz $[5,6,4,3,2,1]$ naći $S(n)$.

   $S(6) = 4$ za ovaj niz, jer je potrebno 4 zamene:

0	[5, 6, 4, 3, 2, 1]
1	[1, 6, 4, 3, 2, 5]
2	[1, 2, 4, 3, 6, 5]
3	[1, 2, 3, 4, 6, 5]
4	[1, 2, 3, 4, 5, 6]

3. Naći $S(n)$ iz prethodnog zadatka za niz dužine n koji je obrnuto sortiran.

   Na primer za obrnuto sortiran niz dužine $n = 6$:

0	[6, 5, 4, 3, 2, 1]
1	[1, 5, 4, 3, 2, 6]
2	[1, 2, 4, 3, 5, 6]
3	[1, 2, 3, 4, 5, 6]

   Očigledno, za niz dužine n koji je obrnuto sortiran potrebno je $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ zamena.
   (Poslednje zagrade predstavljaju zaokruživanje "na manje".)

4. Dati definiciju "velikog Θ" ponašanja i pokazati da je $\frac{3}{4}n^2 - 3n = \Theta(n^2)$.
   Da li je $\frac{3}{4}n^2 + 3n\sqrt{n} = \Theta(n^2)$?
   Da li je $\frac{3}{4}n^2 + 3n\ln n = \Theta(n^2)$?

$$\begin{aligned}\Theta(g) &= \{f \mid (\exists c_1 > 0)(\exists c_2 > 0)(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n)\,, \\ &\quad (n \geq n_0) \Rightarrow (0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n))\}\end{aligned}$$

   $\frac{3}{4}n^2 - 3n = \Theta(n^2)$, vidi se iz definicije za $c_2 = \frac{3}{4}, n_0 = 5, c_1 = \frac{3}{20}$.

   Da.

   Da.

5. Napisati u programskom jeziku C procedure za množenje i transponovanje matrice formata $m \times n$ koja je smeštena u niz.

```
void multmat(double *, double *, double *, int, int, int);
// mnozenje (I,I,O,I,I,I)

void transpose(double*, double *, int, int);
// transponovanje (I,O,I,I)
```

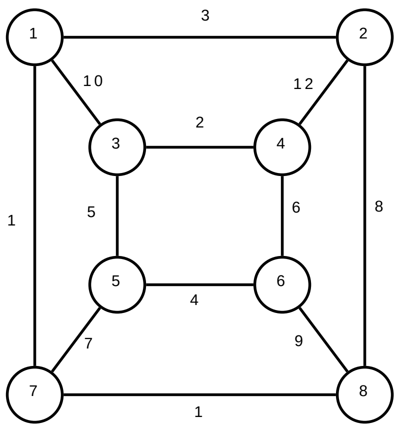
```
void multmat(double *A, double *B, double *C,
                int m, int p, int n)
{ // mnozenje matrica A mXp * B pXn = C mXn
    int i,j,k;

    for(i=0;i<m;i++){
        for(j=0;j<n;j++){
            C[i*n+j] = 0;
            for(k=0;k<p;k++)
                C[i*n+j] = C[i*n+j]+A[i*p+k]*B[k*n+j];
        }
    }
}

void transpose(double *A, double *B, int m, int n)
{ // transpose( A mXn ) = B nXm
    int i,j;

    for(i=0;i<m;i++){
        for(j=0;j<n;j++){
            B[j*m+i] = A[i*n+j];
        }
    }
}
```

6. Za graf sa slike desno napisati reprezentaciju listama susedstva. Ignorisati težine grana, držati se leksikografskog redosleda.

   Primeniti na isti graf BFS algoritam polazeći od čvora 1, dati tabelu prethodnika i udaljenosti (broj koraka) od čvora 1.

v	$Adj(v)$	$d(v)$	$p(v)$
1	2, 3, 7	0	-
2	1, 4, 8	1	1
3	1, 4, 5	1	1
4	2, 3, 6	2	2
5	3, 6, 7	2	3
6	4, 5, 8	3	4
7	1, 5, 8	1	1
8	2, 6, 7	2	2

7. Za graf sa slike desno naći minimalno pokrivajuće drvo Primovom metodom polazeći od čvora 1. Napisati redosled kojim su dodavane grane.



Polazi se od čvora 1. U tabeli je dat redosled dodavanja grana, sa težinom.

	(u,v)	težina
1	$(1,7)$	1
2	$(7,8)$	1
3	$(1,2)$	3
4	$(7,5)$	7
5	$(5,6)$	4
6	$(5,3)$	5
7	$(3,4)$	2
	$\Sigma =$	23

8. U tabeli su date udaljenosti između 5 gradova.

	1	2	3	4	5
1	-	120	93	110	135
2	110	-	28	115	45
3	93	28	-	87	30
4	115	100	87	-	75
5	135	45	30	75	-

(a) Polazeći od čvora 1, metodom najbližeg suseda naći približno rešenje problema trgovačkog putnika.

(b) Za isti problem naći mađarskom metodom angažovanje koje je rešenje relaksiranog problema trgovačkog putnika.

(c) Znajući rešenja (a) i (b), u kojim granicama se nalazi optimalno rešenje?

(a)

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 1 & \rightarrow & 3 & \rightarrow & 2 & \rightarrow & 5 & \rightarrow & 4 & \rightarrow & 1 & & \\ & 93 & + & 28 & + & 45 & + & 75 & + & 115 & = & 365 \end{array}$$

(b) Rešenje dobijamo rešavanjem (relaksiranog) problema angažovanja. Nećemo pisati međuračun, već samo konačno rešenje:

$$\begin{array}{cccccccccccccc} 1 & \rightarrow & 4 & \rightarrow & 1 & & 2 & \rightarrow & 3 & \rightarrow & 5 & \rightarrow & 2 & \\ & 110 & + & 115 & & + & & 28 & + & 30 & + & 45 & = & 328 \end{array}$$

Rešenje ima podciklove, ne možemo tvrditi da je optimalno.

(c) Optimalno rešenje je između 328 i 365.

Uzgred, optimalno rešenje iznosi 351:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & \rightarrow & 4 & \rightarrow & 5 & \rightarrow & 2 & \rightarrow & 3 & \rightarrow & 1 & \\ & 110 & + & 75 & + & 45 & + & 28 & + & 93 & = & 351 \end{array}$$