

## Diskrete i kombinatorne metode za računarsku grafiku

1. Napisati algoritam za sortiranje umetanjem, takozvani INSERTION SORT.

```
1: procedure INSERTION SORT( $A$ )
2:   for  $j \leftarrow 2$  to length( $A$ ) do
3:      $key \leftarrow A[j]$ 
4:      $i \leftarrow j - 1$ 
5:     while  $i > 0 \& A[i] > key$  do
6:        $A[i + 1] \leftarrow A[i]$ 
7:        $i \leftarrow i - 1$ 
8:     end while
9:      $A[i + 1] \leftarrow key$ 
10:   end for
11: end procedure
```

Neka je  $C(n)$  broj poređenja ključeva ulaznog niza koja se vrše pri sortiranju algoritmom INSERTION SORT.

2. Koliko iznosi  $C(n)$  za ulazni niz  $A = [3, 5, 1, 6, 4, 2]$ ?

$$C(6) = 1 + 2 + 1 + 3 + 5 = 12 .$$

3. Koliko iznosi  $C(n)$  za niz dužine  $n$  koji je obrnuto sortiran?

$$C(n) = 1 + 2 + \dots + n - 1 = \frac{n(n - 1)}{2} .$$

4. Dati definiciju velikog  $\Theta$  ponašanja i pokazati da je  $n^2 + n + 1 = \Theta(n^2)$ .

$$\Theta(g) = \{f | (\exists c_1 > 0)(\exists c_2 > 0)(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n)(n \geq n_0) \Rightarrow (0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n))\}$$

Uместо da pišemo  $f \in \Theta(g)$ , pišemo  $f = \Theta(g)$  i čitamo: funkcija  $f$  se ponaša kao  $\Theta(g)$  (kao veliko theta od  $g$ ).

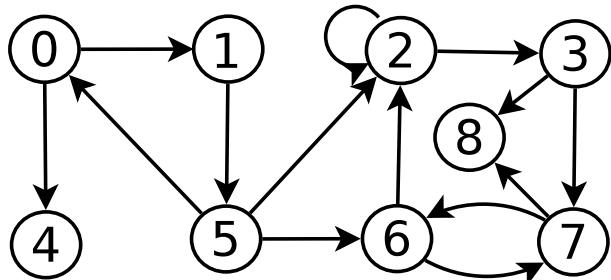
Možemo uzeti  $c_1 = 1, c_2 = 3, n_0 = 1$ , jer za  $n \geq n_0$  važi:

$$1 \leq 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \leq 3 \Leftrightarrow c_1 \leq 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \leq c_2 \Leftrightarrow c_1 n^2 \leq n^2 + n + 1 \leq c_2 n^2 .$$

Da li je  $\sqrt{n^5} + n = \Theta(n^2)$ ? Ne.

Da li je  $\sqrt[5]{n^2} + n = \Theta(n^2)$ ? Ne.

Da li je  $C(n) = \Theta(n^2)$ ? Ne.



Dat je deo koda za unos grafa sa slike: (rešeno)

```

#define max_cv 50
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

typedef struct _node gnode;
typedef gnode *grana;
struct _node
{
    int data;
    gnode *next;
};

void enqueue_list(grana **grana_tail_p, int d)
{
    grana grana_new = malloc(sizeof(gnode));

    grana_new->data = d;
    grana_new->next = NULL;
    **grana_tail_p = grana_new;
    *grana_tail_p = &(grana_new->next);
}

int main(void)
{
    grana G[max_cv], GT[max_cv];
    int i, n=9; grana *rear[max_cv];

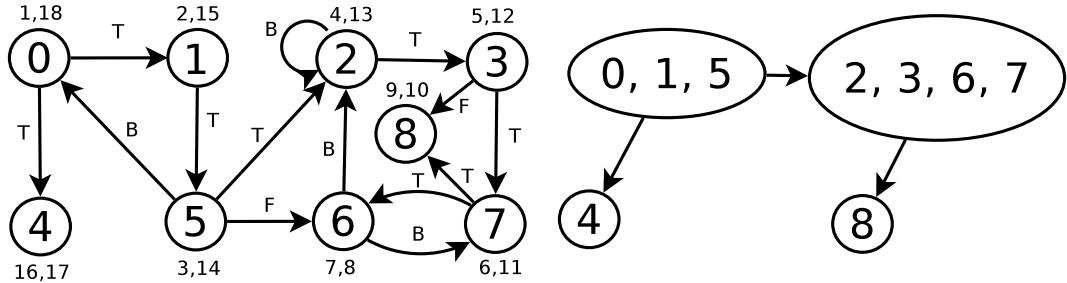
    for (i=0; i<max_cv; i++){
        G[i] = NULL;
        rear[i] = &(G[i]);
    }
    enqueue_list(&rear[0], 1); enqueue_list(&rear[0], 4);
    enqueue_list(&rear[1], 5); enqueue_list(&rear[2], 2);
    enqueue_list(&rear[2], 3); enqueue_list(&rear[3], 7);
    enqueue_list(&rear[3], 8); enqueue_list(&rear[5], 0);
    enqueue_list(&rear[5], 2); enqueue_list(&rear[5], 6);
    enqueue_list(&rear[6], 2); enqueue_list(&rear[6], 7);
    enqueue_list(&rear[7], 6); enqueue_list(&rear[7], 8);
    return 0;
}

```

5. Napisati kod funkcije enqueue\_list koja unosi čvor na kraj liste susedstva grafa. Napisati deo koda za unos grafa sa slike u okviru procedure main u niz listi susedstva G leksikografski.

Rešeno na prethodnoj strani.

6. Na graf sa slike primeniti DFS algoritam, kod čvorova napisati  $d$  i  $f$  vrednosti, na grane napisati tip, dati tabelu zagrada. Dati graf komponenti jake povezanosti grafa sa slike.



7. U tabeli su date cene prevoza između 6 gradova.

	1	2	3	4	5	6
1	-	28	31	35	27	18
2	32	-	24	43	45	53
3	23	31	-	54	48	55
4	56	47	55	-	43	25
5	41	46	33	48	-	46
6	60	50	37	29	66	-

- (a) Polazeći od čvora 1, metodom najjeftinijeg suseda naći približno rešenje problema trg. putn. (TSP)

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 1 & - & 6 & - & 4 & - & 5 & - & 3 & - & 2 & - & 1 \\ 18 & + & 29 & + & 43 & + & 33 & + & 31 & + & 32 & = & 186 \end{array}$$

- (b) Za isti problem naći Mađarskom metodom angažovanje koje je rešenje relaksiranog TSP.

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 1 & - & 5 & - & 2 & - & 3 & - & 1 & & 4 & - & 6 & - & 4 \\ 27 & + & 46 & + & 24 & + & 23 & + & & + & 25 & + & 29 & = & 174 \end{array}$$

- (c) Znajući rešenja (a) i (b), naći granice optimalnog rešenja.

$$174 \leq \zeta^* \leq 186$$