Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
Animacija u inženjerstvu

9. IV 2016. godine

Diskretne i kombinatorne metode za računarsku grafiku

procedure MERGE(A, p, q, r)
    for $k \leftarrow p$ **to** q **do**
        $L[k - p + 1] \leftarrow A[k]$
    end for
    $L[q - p + 2] \leftarrow \infty$
    for $k \leftarrow q + 1$ **to** r **do**
        $R[k - q] \leftarrow A[k]$
    end for
    $R[r - q + 1] \leftarrow \infty$
    $i \leftarrow 1$; $j \leftarrow 1$
    for $k \leftarrow p$ **to** r **do**
        if $L[i] \leq R[j]$ **then**
            $A[k] \leftarrow L[i]$; $i \leftarrow i + 1$
        else
            $A[k] \leftarrow R[j]$; $j \leftarrow j + 1$
        end if
    end for
end procedure

1. Posle primene algoritma MERGE$(A, 1, 3, 5)$ na ulaz $A = [1, 8, 9, 3, 5, 6, 2, 7, 4]$, koje će biti stanje niza A?

$A = [1, 3, 5, 8, 9, 6, 2, 7, 4]$.

2. Napisati rekurzivnu proceduru SORT(A, p, r) koja bi korišćenjem MERGE SORT(A) uradila sortiranje niza A.

procedure SORT(A, p, r)
    ▷ Ovaj kod napisati
end procedure

procedure MERGE SORT(A)
    SORT$(A, 1,$ length $(A))$
end procedure

procedure SORT(A, p, r)
    if $p < r$ **then**
        $q \leftarrow \lfloor (p + r)/2 \rfloor$
        SORT(A, p, q)
        SORT$(A, q + 1, r)$
        MERGE(A, p, q, r)
    end if
end procedure

3. Koliko puta će se pozvati procedura MERGE u toku sortiranja niza $A = [1, 8, 9, 3, 5, 6, 2, 7, 4]$ pozivom MERGE SORT(A)?

9 puta

4. Dati definiciju "velikog Θ" ponašanja i pokazati da je $n^2 + 3n - 11 = \Theta(n^2)$.

$\Theta(g) = \{f|(\exists c_1 > 0)(\exists c_2 > 0)(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n)(n \geq n_0) \Rightarrow (0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n))\}$
Umesto da pišemo $f \in \Theta(g)$, pišemo $f = \Theta(g)$ i čitamo: funkcija f se ponaša kao $\Theta(g)$.
Iz nejednakosti $n \leq n + 3 - \frac{11}{n}$, koja je tačna za $n \geq 4$ sledi nejednakost

$$1 \leq 1 + \frac{3}{n} - \frac{11}{n^2} \leq 1 + \frac{3}{n} \leq 1.75$$

koja je takođe tačna za $n \geq 4$. To je dalje ekvivalentno sa

$$c_1 \leq 1 + \frac{3}{n} - \frac{11}{n^2} \leq c_2 \Leftrightarrow c_1 n^2 \leq n^2 + 3n - 11 \leq c_2 n^2 ,$$

za $n \geq n_0$, $c_1 = 1, c_2 = 1.75, n_0 = 4$, što znači da je $n^2 + 3n - 11 = \Theta(n^2)$.
Da li je $n \ln n + n^2 = \Theta(n)$? Ne.
Da li je $n\sqrt{n} + n^2 = \Theta(n^2)$? Da.
Da li je $n^2\sqrt{n} + n^2 = \Theta(n^2)$? Ne.

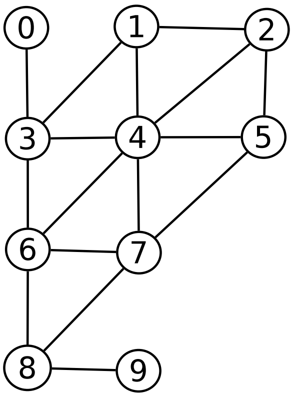
5. Za ADT Queue:
   U programskom jeziku C napisati kod funkcije enqueue koja unosi čvor na kraj povezane liste i kod funkcije dequeue koja skida i vraća prvi elemenat povezane liste koja predstavlja queue.

```c
typedef struct _node node;
typedef struct _queue *queue;
struct _node
{   char data;
    node *next;};
struct _queue
{   node *front;
    node **rear;};
typedef struct _queue queues;

int enqueue(queue Q, char d)
{
        node *N_new =
          malloc(sizeof(node));
        if(!N_new) return(1);
        N_new->data = d;
        N_new->next = NULL;
        *(Q->rear) = N_new;
        Q->rear = &(N_new->next);
        return 0;
}

char dequeue(queue Q)
{
        node *N_temp = Q->front;
        char d = N_temp->data;
        Q->front = N_temp->next;
        if(!(Q->front))
            Q->rear = &(Q->front);
        free(N_temp);
        return d;
}
```

6. Na graf sa slike primeniti BFS algoritam polazeći od čvora 0. Dati tabelu d i p vrednosti. Dati definiciju diametra grafa i naći diametar grafa sa slike.



	d	p
0	0	/
1	2	3
2	3	1
3	1	0
4	2	3
5	3	4
6	2	3
7	3	4
8	3	6
9	4	8

Dužina puta između dva čvora se meri brojem grana u putu. Diametar grafa je najveća najkraća dužina puta između neka dva čvora u grafu.
Za ovaj graf diametar je 4, ostvaruje se, recimo, između čvorova 0 i 9.

7. U tabeli su date cene prevoza između 5 gradova.
(a) Polazeći od čvora 1, metodom najjeftinijeg suseda naći približno rešenje problema trg. putnika (TSP).
(b) Za isti problem naći Mađarskom metodom angažovanje koje je rešenje relaksiranog TSP.
(c) Znajući rešenja (a) i (b), naći granice optimalnog rešenja.

	1	2	3	4	5
1	-	8	12	13	4
2	8	-	4	9	9
3	14	5	-	10	6
4	12	8	12	-	7
5	5	9	7	6	-

(a) $\begin{array}{ccccccccccccc} 1 & - & 5 & - & 4 & - & 2 & - & 3 & - & 1 & & \\ & 4 & + & 6 & + & 8 & + & 4 & + & 14 & = & 36 \end{array}$

(b) $\begin{array}{ccccccccccccccc} 1 & - & 5 & - & 4 & - & 1 & & 2 & - & 3 & - & 2 & & \\ & 4 & + & 6 & + & 12 & & + & & 4 & + & 5 & = & 31 \end{array}$

(c) $31 \leq \zeta \leq 36$.

Uzgred, optimalno rešenje je: $\begin{array}{ccccccccccccc} 1 & - & 2 & - & 3 & - & 4 & - & 5 & - & 1 & & \\ & 8 & + & 4 & + & 10 & + & 7 & + & 5 & = & 34 \end{array}$