

Matematičke metode mašinskog učenja

1. Data je matrica A_Φ linearne transformacije $\Phi : \mathbb{R}^{4 \times 1} \rightarrow \mathbb{R}^{4 \times 1}$ i vektor $x \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$:

$$A_\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Naći bazu $\text{Im } \Phi$ i bazu $\text{Ker } \Phi$.
- (b) Naći ortonormiranu bazu prostora $\text{Ker } \Phi$.
- (d) Naći $y = \Phi(x)$, $z = \text{proj}_{\text{Ker } \Phi} x$.

2. Data je matrica $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

- (a) Naći karakteristične vrednosti matrice A .
- (b) Naći maksimalni skup linearno nezavisnih karakterističnih vektora matrice A .
- (c) Da li se matrica A može dijagonalizovati? Ako može, naći matricu P tako da je matrica $D = P^{-1} A P$ dijagonalna i naći D .

3. Rotirati tačku sa koordinatama $(1, \sqrt{2}, \sqrt{2})$ oko x ose za 225° . Napisati matricu rotacije. Dati crtež.

VIMU MML Prezime i ime: _____ BRIND: _____

Vektorski prostori, linearna preslikavanja

- Vektorski prostor, definicija
- Linearna nezavisnost, baza, dimenzija
- Linearna preslikavanja, Image, Kernel
- Linearna preslikavanja, veza sa sistemima jednačina

VIMU MML Prezime i ime: _____ BRIND: _____

Normirani prostori, unutrašnji proizvod

- Norma, definicija, osobine, primeri
- Dot product, Unutrašnji proizvod
- Simetrične, pozitivno definitne matrice
- Dužina, metrika (rastojanje)
- Ugao, ortogonalnost
- Ortonormirana baza

VIMU MML Prezime i ime: _____ BRIND: _____

Ortogonalne projekcije

- Na jednodimenzionalni prostor
- Na opšti potprostor
- Gram-Šmitova ortogonalizacija
- Rotacije

VIMU MML Prezime i ime: _____ BRIND: _____

Matrice, dekompozicija

- Determinant i trag
- Eigenvalues, Eigenvectors, Eigenspace, Karakteristični polinom
- Eigendecomposition, diagonalization
- SVD

VIMU MML Prezime i ime: _____ BRIND: _____

Vector calculus

- Izvodi, Tejlorov red (polinom)
- Parcijalni izvodi, gradijent
- Product rule, Sum rule, Chain rule
- Gradijent vektorske funkcije, Jakobijan
- Korisni identiteti
- Hessian