

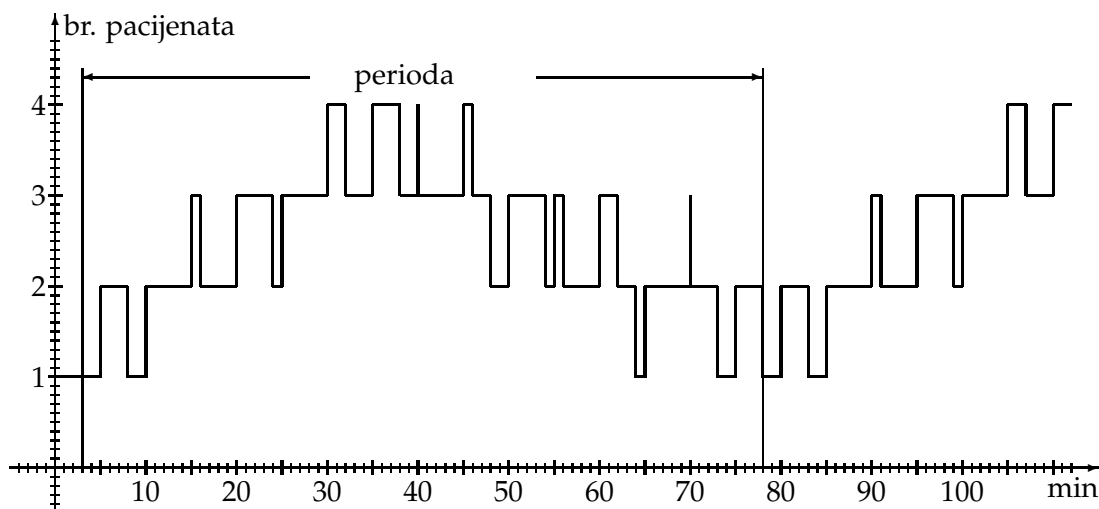
Zadatak

Po jedan pacijent ima zakazano svakih 5min na klinici za odgovarajući test, počevši u 9:00. Test traje tačno 8min. i obično ga radi jedan doktor. Ako ima tri ili više pacijenata u čekaonici, drugi doktor počinje da radi isti test, i nastavlja dok se čekaonica ne isprazni (a on je završio test). U tom trenutku, drugi doktor se vraća na svoje standardne dužnosti, dok njegova pomoć ne bude opet potrebna.

- U kojim vremenskim trenucima drugi doktor prvi put počinje i završava pomoć pri testiranju?
- Koji je prosečan broj pacijenata na klinici između 9:00 i 10:00?
- Koji je prosečan broj pacijenata u čekaonici između 9:00 i 10:00?
- Koji je prosečan broj pacijenata u čekaonici?
- Koji je prosečan broj pacijenata na klinici?

Rešenje

Nacrtajmo grafikon funkcije *broj pacijenata na klinici* za prvih 100min. Predstavićemo na brojnoj osi, za nulti momenat uzimamo 9:00 časova.



Sa grafika vidimo da se drugi lekar ukljućuje po isteku tridesetog minuta, a da prestaje sa radom po isteku sedamdeset osmog minuta, jer tad nema nikog u čekaonici. U tom momentu počinje da se ponavlja situacija koja je bila na isteku trećeg minuta. Tako da zaključujemo da će se događaji od isteka trećeg do isteka sedamdeset osmog minuta dalje periodično ponavljati.

Sledeća ukljućenja drugog lekara će biti u momentima

$$9 : 00 \text{ časova} + 30 \text{ minuta} + k * 75 \text{ minuta}, k = 1, 2, \dots,$$

a završavaće svoju pomoć u momentima

$$9:00 \text{ časova} + 78 \text{ minuta} + k * 75 \text{ minuta}, k = 1, 2, \dots$$

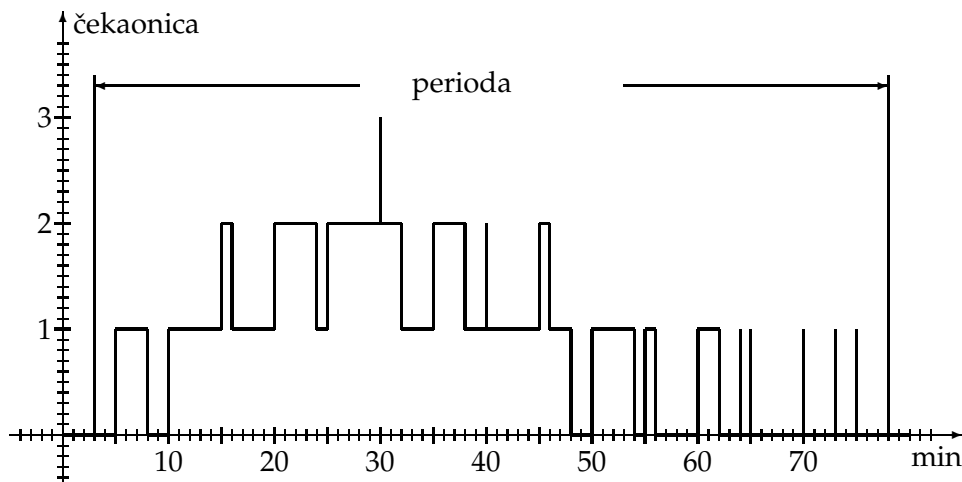
Na osnovu površine ispod krive sa grafika između 0 i 60 minuta možemo izračunati prosečan broj klijenata na klinici između 9:00 i 10:00 časova.

$$L_{60} = \frac{1}{60}(1 \times 7 + 2 \times 20 + 3 \times 27 + 4 \times 6) = 2.53333$$

Prosečan broj klijenata na klinici (posle dugog vremenskog perioda) se dobija kao prosečan broj klijenata za vreme jedne periode:

$$L = \frac{1}{75}(1 \times 7 + 2 \times 33 + 3 \times 29 + 4 \times 6) = 2.45333$$

Da bismo našli prosečan broj klijenata u čekaonici, treba nam grafik funkcije *broj pacijenata u čekaonici*. On se lako dobija ako imamo prethodni grafik. Treba obratiti pažnju da se od broja pacijenata oduzima jedan odnosno dva pacijenta koji su na opsluživanju i tako dobije broj pacijenata u čekaonici.



Sad se lako vidi da je srednji broj klijenata koji čekaju za prvih sat vremena:

$$Lq_{60} = \frac{1}{60}(0 \times 14 + 1 \times 30 + 2 \times 16) = 1.03333,$$

odnosno, prosečan broj klijenata u čekaonici u dugom vremenskom periodu teži ka proseku iz periode

$$Lq := \frac{1}{75}(0 \times 27 + 1 \times 32 + 2 \times 16) = 0.853333.$$

Na osnovu dobijenih grafika i periode koju smo otkrili, možemo izračunati (na primer) i sledeće podatke:

Prosečno vreme zauzetosti drugog lekara: $(78 - 30)/75 = 0.64$, odnosno, 64% vremena je potreban i drugi lekar. **Prosečno vreme koje je prvi lekar slobodan:** $3/75 = 0.04$, odnosno, 4% vremena je prvi lekar slobodan. **Verovatnoću da čekaonica bude prazna:** $27/75 = 0.36$.