

Operaciona istraživanja u saobraćaju

6. VII 2009. godine

1. Rešiti problem linearnog programiranja

$$\begin{aligned} 5x_1 + x_2 + 2x_3 &\rightarrow \min \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 &\geq 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 &\geq 15 \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 &\geq 40 \\ x_1 + 2x_2 + 8x_3 &\geq 50 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

2. Rešiti transportni problem:

| | P_1 | P_2 | P_3 | P_4 | zalihe |
|---------|-------|-------|-------|-------|--------|
| S_1 | 4 | 8 | 6 | 4 | 8 |
| S_2 | 2 | 7 | 9 | 3 | 10 |
| S_3 | 3 | 5 | 5 | 3 | 10 |
| S_4 | 1 | 4 | 3 | 2 | 8 |
| potrebe | 8 | 10 | 12 | 6 | |

3. Dva igrača biraju po jedan broj iz skupa $\{1, 2, 3\}$. Ako su izabrani isti brojevi, nikom ništa. Ako nisu isti brojevi: ako je zbir paran, prvi igrač dobija dinar, a ako je zbir neparan, drugi igrač dobija dva dinara.

Naći optimalne strategije oba igrača i vrednost igre.

4. Vektorski prostor V je skup svih vektora X koji zadovoljavaju jednačinu $AX = O$, gde je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 & 5 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -5 & 6 & -4 \\ 1 & 4 & -7 & 9 & -5 \end{bmatrix}, \quad O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Naći rang matrice A , jednu bazu i dimenziju prostora V .

5. Za osvetljavanje farme gljiva bukovača je obezbeđeno četiri identične sijalice. Sijalice imaju vek trajanja raspoređen po eksponencijalnoj raspodeli sa očekivanjem 5 meseci. Jedna sijalica se uključuje a ostale se drže u hladnoj rezervi. Pregorela sijalica se momentalno zamenjuje.

- Napisati sistem diferencijalnih jednačina koje opisuju slučajni proces $X(t) =$ broj kvarova do momenta t .
- Napisati matricu brzina prelaza Λ .
- Rešiti diferencijalne jednačine.
- Kolika je verovatnoća da će posle pola godine farma biti osvetljena?
- Kolika je verovatnoća da će posle sedam meseci raditi barem dve sijalice?

6. Na dolazni peron autobuske stanice autobusi pristižu po Poasonovoj raspodeli, prosečno 40 na sat. Zadržavanje autobusa na peronu ima eksponencijalnu raspodelu i prosečno traje 100 sekundi, nezavisno od autobusa do autobusa. Na peronu ima mesta za 2 autobusa, a ispred se formira zajednički red.

- Napisati sistem diferencijalnih jednačina koje opisuju dati sistem masovnog opsluživanja.
- Napisati matricu brzina prelaza Λ , odrediti λ i μ .
- Izračunati ergodične verovatnoće.
- Koliki je očekivani broj autobusa u sistemu?
- Koliko je očekivano vreme zadržavanja u sistemu?
- Kolika je verovatnoća da u redu za čekanje ima više od jednog autobusa?

Bodovi: 1→20, 2→10, 3→10, 4→10, 5→25, 6→25. Zadaci se rešavaju do 3 sata, potom se radi test 30 minuta. Upisivanje ocena 24. VII u 10 časova u sali 305.

Prezime, ime i broj indeksa: _____

Napisati dualni problem problema linearnog programiranja

$$30x_1 + 20x_2 \rightarrow \min \quad 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \quad x_1 + 5x_2 \leq 20 \quad x_1 \geq 0$$

Nacrtati algoritam rešavanja transportnog problema.

Konveksni omotač skupa vektora $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ je:

Matrica brzina prelaza sistema masovnog opsluživanja $M|M|3$ glasi

Očekivano vreme rada sistema vruće rezerve sa $n + 1$ istovremeno uključenih uređaja čije vreme ispravnog rada ima eksponencijalnu raspodelu $\mathcal{E}(\lambda)$ je