

Operaciona istraživanja u saobraćaju

9. VI 2005. godine

1. Data je matrica

$$A_{5 \times 6} = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 3 & 1 & 0 & 4 \\ -3 & 2 & 4 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & -8 & 10 & 0 & 1 & 11 \\ 0 & -11 & 17 & -1 & 2 & 18 \\ 2 & 6 & -14 & 2 & -2 & -14 \end{bmatrix}.$$

a) Naći rang matrice A .

b) Kolika je dimenzija vektorskog prostora V svih vektora $X \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ za koje važi $AX = [0, 0, 0, 0, 0]^T$?

c) Naći jednu bazu prostora V .

2. Na raspolaganju su nam dve vrste mizli. Specifikacije sadržaja zobnih pahuljica, pšeničnih pahuljica, lešnika i suvog grožđa i cene su dati u tabeli.

vrsta	zob. pah.	pše. pah.	lešnik	suvo gr.	cena [din/kg]
A	20%	30%	10%	15%	30
B	30%	20%	20%	10%	50

Treba sastaviti obrok koji će sadržati barem 250g zobnih pahuljica, barem 250g pšeničnih pahuljica, najviše 150g lešnika i najviše 150g suvog grožđa, a da mu cena bude minimalna. Naći optimalne količine x_1^* i x_2^* u kilogramima mizli A i B u obroku i minimalnu cenu obroka z^* u dinarima. Kolika je masa tog obroka?

3. Rešiti transportni problem:

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	zal.
S_1	2	12	4	5	7	20
S_2	6	4	8	3	5	18
S_3	12	8	2	14	10	17
potr.	10	12	9	11	13	

4. Rešiti matičnu igru

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. Ekipa za bušenje NISa ima na početku radnog vremena jednu bušilicu i jednu identičnu koja je dublira u slučaju kvara. Srednje vreme neprekidnog rada bušilica je 3 sata, a srednje vreme popravljanja je dva sata.

Sastaviti sistem diferencijalnih jednačina koje opisuju dati sistem dubliranja.

Rešiti dobijene diferencijalne jednačine.

Kolika je verovatnoća da će sistem posle 4 sata biti u stanju jedne ispravne i jedne bušilice koja se popravlja?

6. Tankeri pristižu u luku po Poasonovoj raspodeli prosečno 5 na dan. Istovar jednog tankera ima eksponencijalnu raspodelu, nezavisno od tankera, traje prosečno 18 sati. Istovar može da se vrši na najviše 4 mesta istovremeno. Ako nema mesta tankeri čekaju i istovaruju se onim redom kojim su uplovili u luku.

Uvesti oznake $X(t)$ = broj tankera u luci u momentu t , napisati značenje verovatnoća $p_k(t)$, vektora $p(t)$, naći matricu brzina prelaza Λ , naći λ i μ .

Napisati sistem diferencijalnih jednačina koje opisuju dati sistem masovnog opsluživanja u matičnom obliku.

Izračunati ergodične verovatnoće.

Izračunati prosečan broj tankera u luci, prosečno vreme koje tanker provede u luci i prosečno vreme koje provede čekajući.

Rezultati u ponedeljak, usmeni u utorak.

bodovi: 1→10, 2→20, 3→10, 4→10, 5→25, 6→25.